

<https://doi.org/10.21603/2074-9414-2026-1-2624>
<https://elibrary.ru/PONROP>

Оригинальная статья
<https://fptt.ru>

Оценивание неопределенности измерения при определении плотности молока



Д. Н. Хамханова^{1,*}, И. А. Ханхалаева¹,
Э. Б. Битуева¹, Ю. А. Соколова¹, Э. Дамдинсурэн²

¹ Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления^{ROR}, Улан-Удэ, Россия

² Монгольское агентство стандартизации и метрологии^{ROR}, Улан-Батор, Монголия

Поступила в редакцию: 04.06.2025

Принята после рецензирования: 21.11.2025

Принята к публикации: 13.01.2026

*e-mail: darima19566@yandex.ru

© Д. Н. Хамханова, И. А. Ханхалаева, Э. Б. Битуева,

Ю. А. Соколова, Э. Дамдинсурэн, 2026



Аннотация.

Обеспечение достоверности результатов измерений является важной задачей во многих отраслях, особенно в пищевой промышленности. Актуальность оценки неопределенности измерений обусловлена требованиями современных стандартов, таких как ISO/IEC 17025 и GUM. Цель исследования – оценить неопределенность измерения плотности молока с использованием ареометрического и пикнометрического методов.

Для оценки неопределенности использовались моделирование с учетом законов распределения. Основными источниками неопределенности для ареометрического метода стали калибровка термометра и ареометра, а также повторяемость. Для пикнометрического метода учитывались калибровка весов, их разрешение, повторяемость взвешивания, калибровка пикнометра и повторяемость измерений плотности. Разработаны математические модели для обоих методов, определены входные величины и их стандартные неопределенности.

Суммарная стандартная неопределенность для ареометрического метода составила 31 кг/м³, для пикнометрического – 21 кг/м³. Расширенная неопределенность рассчитана для доверительной вероятности $P = 0,95$ с коэффициентом охвата, равным двум. Результаты показали, что неопределенность зависела не только от выбранного метода, но и от погрешностей используемых средств измерений.

Исследование выявило различия в неопределенности измерений между методами, причем пикнометрический метод показал более высокую точность. Полученные результаты подчеркивают важность выбора метода и тщательной калибровки оборудования для снижения неопределенности. Дальнейшие исследования могут быть направлены на изучение дополнительных факторов, влияющих на точность измерений.

Ключевые слова. Измерение, неопределенность, молоко, плотность, метод, калибровка, повторяемость, распределение, модель

Для цитирования: Хамханова Д. Н., Ханхалаева И. А., Битуева Э. Б., Соколова Ю. А., Дамдинсурэн Э. Оценивание неопределенности измерения при определении плотности молока. Техника и технология пищевых производств. 2026. Т. 56. № 1. С. 86–96. <https://doi.org/10.21603/2074-9414-2026-1-2624>

Measurement Uncertainty in Milk Density Tests



Darima N. Khamkhanova^{1,*}, Irina A. Khankhalaeva¹,
Elvira B. Bitueva¹, Yuliya A. Sokolova¹, E. Damdinsuren²

¹ East Siberian State University of Technology and Management^{ROR}, Ulan-Ude, Russia

² Mongolian Agency for Standardization and Metrology^{ROR}, Ulaanbaatar, Mongolia

Received: 04.06.2025
Revised: 21.11.2025
Accepted: 13.01.2026

*e-mail: darima19566@yandex.ru

© D.N. Khamkhanova, I.A. Khankhalaeva, E.B. Bitueva,
Yu.A. Sokolova, E. Damdinsuren, 2026



Abstract.

Reliable measurements are critical for the food industry. The measurement uncertainty assessment is an obligatory procedure stipulated in modern standards, e. g., general requirements for the competence of testing and calibration laboratories (ISO/IEC 17025); Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM), etc. This research applied the hydrometer and pycnometer techniques to the uncertainty associated with milk density tests.

The tests employed both hydrometer and pycnometer methods. Measurement uncertainty was calculated using the simulation-based approach and uncertainty distribution laws. The hydrometer method revealed such uncertainty sources as thermometer calibration, hydrometer calibration, and repeatability. For the pycnometer method, they included balance calibration, balance resolution, weighing repeatability, pycnometer calibration, and repeatability. Both techniques were provided with mathematical models that incorporated input variables with assigned distribution laws, standard uncertainties for these variables, and the total relative standard uncertainties.

The total standard uncertainty for milk density measurement was 31 kg/m³ for the hydrometer method and 21 kg/m³ for the pycnometer method. The expanded uncertainties were computed at a 95% confidence level with a coverage factor of two. The measurement uncertainty depended on the method and the instrumental errors.

The hydrometer and pycnometer tests showed different measurement uncertainty, depending on the method and instruments employed. The pycnometer method had lower uncertainty and provided more reliable and accurate measurements. Selecting an optimal method and accurate calibration minimize uncertainty; however, additional factors require further research to adapt the models for industrial applications.

Keywords. Measurement, uncertainty, milk, density, method, calibration, repeatability, distribution, model

For citation: Khamkhanova DN, Khankhalaeva IA, Bitueva EB, Sokolova YuA, Damdinsuren E. Measurement Uncertainty in Milk Density Tests. Food Processing: Techniques and Technology. 2026;56(1):86–96. (In Russ.) <https://doi.org/10.21603/2074-9414-2026-1-2624>

Введение

Наиболее важными физико-химическими показателями молока являются кислотность, плотность, вязкость, поверхностное натяжение, показатель преломления, электропроводность [1]. Плотность – один из основных физико-химических показателей, по которому оценивается качество молока и соответствие требованиям стандарта. По данным оптической плотности образцов сыворотки молока с учетом степени разведения определяют концентрацию иммунных глобулинов [2]. Натуральное молоко считается востребованным продуктом из-за содержания в нем белка, кальция, витаминов А, D, В₁₂, что особенно важно для детского питания. Кроме того, более высокое потребление молока в подростковом возрасте связано со значительной минеральной плотностью всего скелета, позвоноч-

ника и лучевой кости в период набора пиковой костной массы [3, 4], тогда как текущее потребление кальция может влиять на минеральную плотность костной ткани.

Контроль плотности помогает выявить фальсификацию, в частности при разбавлении молока водой плотность и вязкость снижаются, а значение pH увеличивается [5, 6].

Исследование по оценке влияния плотности молока на эффективность производства сыроделия доказало, что плотность молока оказывает влияние как на технологические, так и на качественные показатели выпускаемой продукции [7].

В ГОСТ Р 54758 для методов определения плотности молока приведены приписанные характеристики погрешности методов: предел повторяемости и предел воспроизводимости, но не описана процедура оцени-

вания неопределенности измерения при исследованиях. Однако при оценке качества молока в соответствии с требованиями п. 7.6 ГОСТ ISO/IEC 17025 в отчетах об испытаниях продукции необходимо указывать неопределенность измерения, что вызывает большие трудности. Сравнительный анализ требований, приведенных в ГОСТ ISO/IEC 17025–2019 и ГОСТ ИСО/МЕК 17025–2009, к компетентности испытательных лабораторий [8] показывает, что требования к оценке неопределенности измерения являются обязательными для обоих стандартов.

Возникают две группы проблем, связанных с внедрением ГОСТ ISO/IEC 17025, первая из которых относится к проблеме неопределенности и прецизионности измерения [9]. Концепция неопределенности измерения внедряется в практику с трудом, что связано с психологическими барьерами. Многие специалисты считают учет неопределенности избыточным, ссылаясь на то, что измерения исторически проводились без него, и сопротивляются изменениям, что зачастую связано с недостатком квалификации, ведь расчет неопределенности измерения требует определенных знаний в области метрологии, математической статистики и анализа данных. Переход на новые методы определения достоверности измерений требует переобучения сотрудников, что, в свою очередь, вызывает необходимость инвестиции в обучение, а также увеличивает время на обработку полученных данных. Одним из способов преодоления страха внедрения концепции неопределенности измерений в практику является разработка стандартизированных методик оценивания неопределенности измерения. Это могут быть методики оценивания неопределенности измерения плотности молока ареометрическим и пикнометрическим методами, либо закрепление соответствующей процедуры в стандарте на методы определения плотности молока. В связи с этим возникает актуальная задача разработки процедуры оценивания неопределенности измерения при исследованиях плотности молока. Оценивание неопределенности измерения представляет собой довольно трудоемкий процесс, который требует исследования и учета всех источников неопределенности, составления уравнения измерения, определения корреляционной связи между входными величинами, выявления законов распределения входных величин, а также вычисления стандартной, суммарной и расширенной неопределенности. Актуальность решения поставленной задачи обусловлена необходимостью получения достоверных и воспроизводимых результатов испытаний и достижения международной сопоставимости данных контроля, а также требованиями к указанию неопределенности измерения при испытаниях, которые приведены в ГОСТ ISO/IEC 17025. В аккредитованных лабораториях использование понятия «неопределенность» устанавливается в обязательном порядке. Кроме того, важнейшим этапом

разработки и валидации аналитического метода является оценка неопределенности [10].

Е. Ю. Колесников также отмечает необходимость указывать неопределенность измерения для результатов теоретических исследований [11].

Основными проблемами при выражении неопределенности измерений в практической метрологии являются сложность построения моделей измерений, учет всех возможных влияющих факторов, дальнейший расчет и адекватная оценка результата [12].

Алгоритм расчета неопределенности измерения прописан в ГОСТ 34100.3-2017/ISO/IEC Guide 98-3:2008. Однако расчет по прописанному алгоритму предполагает выявление и исследование всех возможных источников неопределенности. Неполный учет источников неопределенности измерения может привести к неточности моделей измерения. При этом учесть все факторы, влияющие на результат измерения, невозможно, поэтому данный этап является наиболее важным при оценивании неопределенности измерения. При учете источников неопределенности измерения экспериментаторы сталкиваются с недооценкой или переоценкой влияния некоторых факторов. Поэтапный анализ процедуры измерения и выявление источников неопределенности на каждом этапе позволяют приблизиться к наиболее полному учету источников неопределенности измерения при определении плотности молока.

Кроме того, при оценивании неопределенности измерения возникают проблемы, связанные с определением корреляционной связи между отдельными факторами, установлением закона распределения входных величин, а также отсутствием данных о значениях входных величин.

Научная новизна работы заключается в анализе источников неопределенности при установлении плотности молока и составлении математической модели измерения с учетом всех источников неопределенности.

Цель исследования – оценить неопределенность измерения плотности молока с использованием ареометрического и пикнометрического методов.

Объекты и методы исследования

Объекты исследования – ареометрический и пикнометрический методы определения плотности молока, установленные ГОСТ Р 54758-2011.

Ареометрический метод – способ непосредственного измерения плотности жидкостей, в частности молока, ареометром, при котором показатели точности измерения зависят от точности применяемого средства измерения, а именно от пределов повторяемости и воспроизводимости метода, определяемых типом применяемого ареометра.

Пикнометрический метод – высокоточный косвенный способ измерения плотности молока, основанный на определении массы пробы в пикнометре и ее объема, равного объему пикнометра. Следовательно,

показатели точности измерения зависят от погрешности применяемых типов средств измерений – типа весов и пикнометра.

Кроме вышеперечисленных факторов, на результат измерения влияют условия проведения измерений, квалификация оператора (погрешность оператора), повторяемость при взвешивании и т. д. В каждом конкретном случае проводится тщательный анализ величин, влияющих на результат измерения.

Для оценивания неопределенности измерения применен метод моделирования и закон распределения неопределенности. Сущность данного метода заключается в следующем:

1. Выявление источников неопределенности измерения. Устанавливаются все факторы, влияющие на результат измерения.

2. Составление уравнения измерения:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_m)$$

где Y – выходная величина; X_1, X_2, \dots, X_m – входные величины.

3. Определение оценки входных величин x_1, x_2, \dots, x_m и внесение поправок на известные систематические эффекты в результаты их измерений. Оценки входных величин могут быть оценены статистически, если проводилось многократное измерение входной величины. В противном случае – из внешних источников. Например, в документации производителя весов могут быть указаны три источника неопределенности при взвешивании в таре: прецизионность показаний, считываемость показаний (цифровое разрешение шкалы) а также вклад, обусловленный неопределенностью калибровки шкалы (нелинейность шкалы весов), или предел допустимой погрешности весов.

4. Вычисление оценки результата измерений:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$$

5. Определение стандартных неопределенностей входных величин $u(X_1), u(X_2), \dots, u(X_m)$. Стандартная неопределенность входных величин может быть оценена как статистическими методами (если имеется массив экспериментальных данных), так и иными методами, кроме статистического. Если входные величины имеют разные размерности, то необходимо определить относительные стандартные неопределенности, чтобы можно было сравнивать их в единой шкале.

6. Определение коэффициентов чувствительности входных величин:

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}, i = 1, 2, \dots, m$$

где m – количество входных величин.

7. Вычисление вклада неопределенности каждой входной величины в неопределенность измеряемой величины:

$$c_i \times u(X_i), i = 1, 2, \dots, m$$

8. Определение числа степеней свободы входных величин. При многократных измерениях входной величины число степеней свободы стандартно определяется по формуле $\nu = (n - 1)$, в остальных случаях число степеней свободы принимается равным бесконечности ($\nu = \infty$).

9. Определение распределения вероятностей входных величин. При многократных измерениях входной величины делают предположение, что его распределение подчиняется распределению Гаусса. Если же неопределенность оценивают по малому числу показаний, то считается, что входная величина подчиняется t -распределению Стьюдента. При наличии информации о том, что входная величина лежит в определенном диапазоне значений $[a, b]$, выдвигается гипотеза о равномерном распределении. При условии, что значения входной величины в центре интервала более вероятны, чем вблизи его границ, выдвигается гипотеза о треугольном распределении. Это распределение используют при вычислении стандартной неопределенности объема мерной посуды, т. к. в процессе производства мерной посуды номинальные значения объема более вероятны, чем крайние.

10. Определение попарной ковариации входных величин. Входные величины могут быть попарно коррелированы. В этом случае необходимо учитывать ковариацию двух входных величин, которую определяют через коэффициент корреляции.

11. Составление бюджета неопределенностей, содержащего список всех входных величин (X_1, X_2, \dots, X_m), их оценок (x_1, x_2, \dots, x_m) вместе с принадлежащими им стандартными неопределенностями измерения $u_i(X_i)$ и законами их распределения, а также числами степеней свободы и коэффициентами чувствительности.

12. Определение суммарной стандартной неопределенности измеряемой величины u_c .

13. Задание уровня доверия P и вычисление коэффициента охвата k_p . При оценивании неопределенности результата многократных измерений Руководство по выражению неопределенности измерения (Санкт-Петербург, 1999) рекомендует в качестве коэффициента охвата брать коэффициенты из распределения Стьюдента для уровня доверия 0,95 и эффективного числа степеней свободы ν_{eff} , определяемого по формуле Велча-Саттерсвейта. В простейшем случае предлагается принять приближительное значение коэффициента охвата, равное двум, для уровня доверия 0,95.

14. Вычисление расширенной неопределенности измеряемой величины $U(Y)$. Расширенную неопределенность вычисляют путем умножения неопределенности выходной величины (суммарной стандартной неопределенности) на коэффициент охвата: $U(Y) = k \times u_c$.

15. Запись полного результата измерения.

Для выявления источников неопределенности необходимо в первую очередь прописать процедуру

определения плотности молока и воспользоваться рекомендациями ГОСТ 34100.3.2-2017 и QUAM:2012.P1-RU.

Согласно QUAM:2012.P1-RU, при описании неопределенности в аналитических измерениях следует учитывать источники неопределенности при:

– взвешивании: недостаточная точность калибровки весов, предел разрешения дисплея или шкалы (ограниченное разрешение), разнообразные факторы (включая температуру), несовпадение плотности гирь и пробы, вызывающее различие в выталкивающей силе воздуха; – определении объема жидкости: неопределенность калибровки объема мерной посуды, отличие температуры при проведении эксперимента от той, при которой проводилась калибровка, вызывающее отклонение объема от установленного, различные факторы.

Каждый этап процесса оценивания может быть реализован альтернативными методами [13].

Результаты и их обсуждение

Процедура определения плотности молока ареометрическим и пикнометрическим методами состоит из подготовки пробы и проведения измерений.

Ареометрический метод определения плотности молока. Для выявления источников неопределенности при определении плотности молока ареометрическим методом прописали процедуры их выполнения на этих этапах. На этапе подготовки пробы следует довести температуру молока до 20 ± 2 °С. Следовательно, на этом этапе основным источником неопределенности является температура (T_1).

На этапе проведения измерений выполнялись действия, приведенные в таблице 1.

В работе [14] показано, что при определении плотности жидкости с высокой точностью требуется поддержание стабильных температурных условий в процессе измерения. Таким образом, одним из главных факторов, влияющих на неопределенность измерений, выступают температурные условия.

На этапе определения плотности молока были выявлены такие источники неопределенности, как температура, неопределенность калибровки термометра и неопределенность калибровки ареометра. Поскольку температура является источником неопределенности как на этапе подготовки пробы, так и на этапе измерения, а измерения выполняются одним и тем же термометром, этот источник неопределенности учитывали

только один раз. Источником неопределенности при отборе молока пренебрегали, т. к. небольшое отклонение объема молока не влияет на измерение плотности, т. е. необходимо рассматривать только те источники неопределенности, которые могут способствовать заметным изменениям значения неопределенности. Неопределенность калибровки ареометров сильно зависит от типа ареометров [15].

Формирование модели измерения – исходный этап при вычислении неопределенности измерения [16], поэтому сначала составили математическую модель измерения. Математическая модель измерения при определении плотности молока ареометрическим методом зависит от трех факторов и имеет вид (1):

$$Y = f(X_{11}, X_{12}, X_{13}) \quad (1)$$

где X_{11} – калибровка термометра; X_{12} – калибровка ареометра; X_{13} – повторяемость при определении плотности молока.

Количественное выражение составляющих неопределенности. Для определения стандартных неопределенностей составлена спецификация измерения (табл. 2).

В исследовании [17] указаны неточности средств измерения, к которым можно отнести такие неопределенности, как калибровка, разброс показаний, периодичность калибровки, сравнение и шаг чувствительности. Поэтому в качестве источника неопределенности при измерении температуры принимали калибровку термометра, при измерении плотности молока – калибровку ареометра. В качестве входных величин принимались пределы допускаемой абсолютной погрешности термометра и ареометра соответственно.

Термометры с пределом измерения от 0 до 100 °С и ценой деления 0,5 °С имели предел допускаемой абсолютной погрешности 1,0 °С по ГОСТ 28498. Предел допускаемой погрешности в ГОСТ 28498 приводится без указания доверительного уровня или информации о виде распределения, поэтому было выдвинуто предположение о равномерном распределении. Стандартную неопределенность, обусловленную калибровкой термометра, определяли по формуле (2):

$$u(x_{11}) = \frac{\Delta x_{11}}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

где Δx_{11} – предел абсолютной допускаемой погрешности термометра.

Оценкой входной величины могут быть заимствованные из нормативных документов, сертификатов, свидетельств, справочников, этикеток производителя продукции [18], а также данные поверки, калибровки, сведения изготовителя о приборе, техническая документация и т. п. Поверка средств измерения, в отличие от калибровки средств измерений, производится в обязательном порядке, и ее процедура не включает оценки неопределенности измерения.

Таблица 1. Последовательность действий при определении плотности молока

Table 1. Procedure for milk density test

Отбор молока (V_1)	250 или 500 см ³
Измерение температуры (T_2)	20 ± 2 °С
Измерение плотности (ρ_1), не менее 2 раз	1015–1040 г/м ³

Таблица 2. Спецификация измерения плотности молока ареометрическим методом

Table 2. Measuring milk density with hydrometer

Наименование операции	Средство измерения	Диапазон измерений	Погрешность / предел основной допускаемой абсолютной погрешности / предел повторяемости
Определение температуры молока	термометр	от 0–100 °С	1,0 °С
Определение плотности молока	ареометр АМТ	1015–1040 кг/м ³	1,0 кг/м ³
Повторяемость (σ_r)	ареометр АМТ	1015–1040 кг/м ³	0,5 кг/м ³

Ареометры типа АМТ имеют предел допускаемой абсолютной погрешности 1,0 кг/м³, согласно ГОСТ 18481. Предел допускаемой погрешности ареометра в ГОСТ 18481 также приводится без указания доверительного уровня или информации о виде распределения, поэтому было выдвинуто предположение о равномерном распределении. Стандартную неопределенность, обусловленную калибровкой ареометра, определяли по формуле (3):

$$u(x_{12}) = \frac{\Delta x_{12}}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

где Δx_{12} – предел абсолютной допускаемой погрешности ареометра.

Неопределенность, вызванную отклонениями при повторных измерениях, устанавливали экспериментально, фиксируя повторяемость результатов. Однако в ГОСТ Р 54758 приведен предел повторяемости измерений на ареометрах типа АМТ, который составляет $u(x_{13}) = 0,5$ кг/м³.

Поскольку выбранные источники неопределенности (входные величины) имели разные размерности, вычисляли стандартные и относительные стандартные неопределенности.

Значения стандартной и относительной стандартной неопределенности при определении плотности молока ареометрическим методом приведены в таблице 3.

При калибровке ареометров абсолютную погрешность определяют в трех числовых отметках, которые расположены в нижней, средней и верхней части шкалы. Определение абсолютной погрешности начинают с нижней отметки. В строке калибровка ареометра указано значение 1015 кг/м³. В строке повторяемость приведено измеренное значение плотности молока – 1030 кг/м³.

Суммарную относительную стандартную неопределенность установления плотности молока ареометрическим методом определили по формуле (4):

$$\frac{U_{C1}}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{u(x_{11})}{x_{11}}\right)^2 + \left(\frac{u(x_{12})}{x_{12}}\right)^2 + \left(\frac{u(x_{13})}{x_{13}}\right)^2} \quad (4)$$

где ρ – измеренная плотность молока; x_{11} – температура, при которой проводилась калибровка термо-

Таблица 3. Значения стандартной и относительной стандартной неопределенности при определении плотности молока ареометрическим методом

Table 3. Standard vs. relative standard uncertainty in areometric milk density tests

Источник неопределенности	Значение, x	$u(x)$	$u(x)/x$
Калибровка термометра, °С	20	0,58	0,03
Калибровка ареометра, кг/м ³	1015	0,58	0
Повторяемость, кг/м ³	1030	0,50	0

метра; x_{12} – точка калибровки ареометра; x_{13} – измеренная плотность молока; $u(x_{11})$ – стандартная неопределенность калибровки термометра; $u(x_{12})$ – стандартная неопределенность калибровки ареометра; $u(x_{13})$ – повторяемость.

Относительная стандартная неопределенность установления плотности молока ареометрическим методом составила:

$$\frac{U_{C1}}{\rho} = 0,03$$

При полученном в ходе эксперимента значении плотности молока 1030 кг/м³ суммарная стандартная неопределенность составила:

$$U_{C1} = 1030 \times 0,03 = 31 \text{ кг/м}^3$$

Расширенная неопределенность измерения при выборе k , равного 2, составила:

$$U_1 = k \times U_{C1} = 2 \times 30,9 = 62 \text{ кг/м}^3$$

где k – коэффициент охвата, равный примерно 2,0 при вероятности 0,95.

Результат измерения при $P = 0,95$ имеет вид:

$$\rho = 1030 \pm 62 \text{ кг/м}^3$$

Пикнометрический метод определения плотности молока. Для выявления источников неопределенности при определении плотности молока пикно-

метрическим методом описал процедуру их выполнения согласно этапам. Подготовка к проведению измерения заключалась в измерении пустого пикнометра и пикнометра с дистиллированной водой.

Последовательность действий при подготовке к проведению измерения пикнометрическим методом:

- взвесить пустой пикнометр, m_1 ;
- заполнить пустой пикнометр дистиллированной водой до отметки;
- взвесить пикнометр с дистиллированной водой, m_2 не менее 3 раз.

Следовательно, на этапе подготовки к измерениям к источникам неопределенности могут относиться: ограниченная точность калибровки весов; ограниченное разрешение на дисплее или шкале; неопределенность указанного внутреннего объема пикнометра; отклонения при заполнении колбы до метки; отличие температуры колбы и раствора от температуры, при которой проводилась калибровка пикнометра; повторяемость при взвешивании пикнометра с дистиллированной водой.

Последовательность действий на этапе измерения:

- заполнить пустой пикнометр анализируемой пробой до метки;
- взвесить пикнометр с анализируемой пробой не менее 2 раз.

Так, на этапах подготовки к измерениям и измерения источников неопределенности совпадали, поэтому их учитывали только на этапе измерения.

При взвешивании выделяют три источника неопределенности:

- ограниченная точность калибровки весов;
- ограниченное разрешение на дисплее или шкале;
- изменчивость от взвешивания к взвешиванию, влияющие плотности и т. д. [19].

При заполнении мерной посуды следует учитывать следующие источники неопределенности:

- неопределенность калибровки пикнометра;
- отличие температуры при проведении эксперимента от той, при которой проводилась калибровка;
- повторяемость.

Плотность молока определяли по формуле (5):

$$\rho = \frac{m_3 - m_1}{m_2 - m_1} (\rho_w - e) + e \quad (5)$$

где m_1 – масса пустого пикнометра; m_2 – масса пикнометра с водой; m_3 – масса пикнометра с продуктом; ρ_w – плотность воды при температуре 20 °С и давлении $1,01 \times 10^5$ Па равна 998,20 кг/м³; ρ_e – плотность воздуха при температуре 20 °С и нормальном давлении ($e = 1,2$ кг/м²).

При отклонении температуры от 20 °С значение плотности воды можно определить по таблице стандартных справочных данных ГСССД 2-77. Атмосферное давление, зависящее от географического положения и высоты над уровнем моря, в ходе проведения измерения не всегда соответствовало нормальному –

101325 Па (760 мм. рт. ст.). Для оценки влияния давления на плотность можно воспользоваться справочными данными о коэффициенте сжимаемости воды [20]. При изменении температуры и атмосферного давления плотность воздуха рассчитывается по формуле Менделеева-Клайперона при заданной температуре и давлении. Следовательно, источники неопределенности, вызванные отклонением температуры и давления от заданных значений, зависят от точности расчета, поэтому ими можно пренебречь.

Таким образом, математическая модель измерения при определении плотности молока пикнометрическим методом зависит от шести факторов и имеет следующий вид (6):

$$Y = f(X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24}, X_{25}, X_{26}) \quad (6)$$

где X_{21} – ограниченная точность калибровки весов; X_{22} – ограниченное разрешение на дисплее или шкале; X_{23} – изменчивость от взвешивания к взвешиванию (повторяемость при взвешивании); X_{24} – калибровка пикнометра; X_{25} – отличие температуры колбы и раствора от температуры, при которой проводилась калибровка пикнометра; X_{26} – повторяемость при определении плотности молока.

Количественное выражение составляющих неопределенности. Для определения стандартных неопределенностей на этапе измерения плотности молока составлена спецификация измерения (табл. 4).

Оценивание стандартной неопределенности при определении массы пустого пикнометра на весах проводили с использованием данных производителя средства измерений (паспортные данные весов) [21].

Если в сертификате калибровки весов указана неопределенность калибровки, то ее применяли в качестве стандартной неопределенности. В противном случае ее рассчитывали, предполагая равномерное (прямоугольное) распределение допускаемой погрешности весов Δx_{21} , по формуле (7):

$$u(x_{21}) = \frac{\Delta x_{21}}{\sqrt{3}} \quad (7)$$

где Δx_{21} – предел основной допускаемой абсолютной погрешности весов.

Разрешение шкалы весов SHPBG-215i-ION равно $\Delta x_{22} = 0,01$ мг. Также предполагая равномерное распределение разрешения шкалы, стандартное отклонение от ограниченного разрешения определяли по формуле (8):

$$u(x_{22}) = \frac{\Delta x_{22}}{\sqrt{3}} \quad (8)$$

где Δx_{22} – разрешение шкалы весов SHPBG-215i-ION.

Изменчивость от взвешивания к взвешиванию определялась как стандартное отклонение трех взвешиваний пустого пикнометра или пикнометра с водой, которое равно $u(x_{23}) = 0,1$ г.

Таблица 4. Спецификация измерения плотности молока пикнометрическим методом

Table 4. Procedure for pycnometric milk density tests

Наименование операции	Средство измерения	Диапазон измерений	Погрешность / предел основной допускаемой абсолютной погрешности / предел повторяемости
Взвешивание пустого пикнометра, не менее трех раз	SHPBG-215i-ION	0–210 г	0,5 мг
Заполнение пикнометра дистиллированной водой	пикнометр ПЖ1	50 мл	0,3 мл
Взвешивание пикнометра с водой, не менее трех раз	SHPBG-215i-ION	0–210 г	0,01 мг
Заполнение пикнометра пробой	пикнометр ПЖ1	50 мл	0,3 мл
Взвешивание пикнометра с пробой	SHPBG-215i-ION	0–210 г	0,01 мг

Таблица 5. Значения стандартной и относительной стандартной неопределенности при определении плотности молока пикнометрическим методом

Table 5. Standard vs. relative standard uncertainty in pycnometric milk density tests

Источники неопределенности	Значение, x	$u(x)$	$u(x)/x$
Ограниченная точность калибровки весов в середине диапазона измерения, г	110	0,06	0
Ограниченное разрешение на дисплее или шкале при взвешивании пикнометра с молоком, мг	90	0,01	0
Повторяемость при взвешивании, г	40	0,10	0
Калибровка пикнометра, мл	50	0,12	0
Объемное расширение раствора из-за отклонения температуры от температуры, при которой проводилась калибровка пикнометра, 1/°C	22	0,34	0,02
Повторяемость при определении плотности молока, кг/м ³	1300	0,30	0

При заполнении пикнометра дистиллированной водой и анализируемой пробой источниками неопределенности являются калибровка, температура и повторяемость [22]. Производитель мерной посуды указывает объем пикнометра $50 \pm 0,3$ мл при 20 °C согласно ГОСТ 22524. Предельное отклонение объема Δx_{24} приведено без указания доверительного уровня или информации о виде распределения, поэтому требовалось дополнительное предположение. Стандартная неопределенность вычислялась исходя из предположения о треугольном распределении:

$$u(x_{24}) = \frac{\Delta x_{24}}{\sqrt{6}} \quad (9)$$

где Δx_{24} – предельное отклонение объема пикнометра.

Треугольное распределение выбрано, т. к. в реальном процессе производства мерной посуды номинальные значения объема более вероятны, чем крайние значения. Распределение вероятностей, получающееся в результате, лучше аппроксимировать треугольным распределением, чем прямоугольным [22].

Мерную посуду калибруют при температуре 20 °C, в то время как температура в лаборатории колеблется в пределах ± 2 °C. Неопределенность, вызванную изменением температуры, вычисляли в соответствии с указанным диапазоном температур и коэффициентом объемного расширения. Объемное расширение жидкостей существенно больше, чем объемное расширение

стекла, поэтому следует учитывать только первую составляющую. Коэффициент объемного расширения молока рассчитывали на основании изменения его плотности в зависимости от температуры, соответствующей ГОСТ Р 54758. К значению плотности 1030,0 кг/м³ при температуре 18,0 °C относится приведенное к 20 °C значение плотности 1029,4 кг/м³. К значению плотности 1030,0 кг/м³ при температуре 22,0 °C соответствует приведенное к температуре 20 °C значение плотности 1030,6 кг/м³. Следовательно, при снижении и увеличении температуры на 2 °C изменение плотности молока составляло 0,6 кг/м³. Стандартная неопределенность рассчитывалась с учетом предположения о прямоугольном распределении:

$$u(x_{25}) = \frac{\Delta x_{25}}{\sqrt{3}} \quad (10)$$

Повторяемость при определении плотности молока можно установить экспериментально. Однако предел повторяемости пикнометрического метода также указан в ГОСТ Р54758 – 0,3 кг/м³. Стандартную повторяемость приняли равной $u(x_{26}) = 0,3$ кг/м³.

Значения стандартной и относительной стандартной неопределенности при определении плотности молока пикнометрическим методом приведены в таблице 5.

Суммарная относительная стандартная неопределенность установления плотности пикнометрическим методом составила:

$$\frac{U_c}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{u(x_{21})}{x_{21}}\right)^2 + \left(\frac{u(x_{22})}{x_{22}}\right)^2 + \left(\frac{u(x_{23})}{x_{23}}\right)^2 + \left(\frac{u(x_{24})}{x_{23}}\right)^2 + \left(\frac{u(x_{25})}{x_{25}}\right)^2 + \left(\frac{u(x_{26})}{x_{26}}\right)^2} = 0,02$$

При полученном в ходе эксперимента значении плотности молока 1030 кг/м^3 суммарная стандартная неопределенность составила:

$$U_c = 1030 \times 0,02 = 21 \text{ кг/м}^3$$

Выбирая значение доверительной вероятности $P = 0,95$, рассчитывали значения расширенной неопределенности.

Расширенная неопределенность измерения при выборе k , равного 2, составила:

$$U = k \times U_c = 2 \times 21 = 42 \text{ кг/м}^3$$

где k – коэффициент охвата, равный примерно 2,0, при вероятности 0,95.

Результат измерения при $P = 0,95$ имеет вид:

$$\rho = 1030 \pm 42 \text{ кг/м}^3$$

Средства измерения, используемые при проведении исследования, обычно поверяются. Но как известно, процедура оценивания неопределенности измерения при поверке средств измерения не является обязательной, поэтому в свидетельстве о поверке не приводятся данные о неопределенности. В связи с этим, при расчете стандартной неопределенности, обусловленной неточностью средств измерений, ориентировались на данные производителя или предельно допустимые значения погрешности, установленные в нормативной документации на данные средства измерений.

Значение относительной стандартной неопределенности от ограниченного разрешения на дисплее весов настолько незначительно, что представляется возможным пренебречь им (табл. 5).

По ГОСТ Р 54758-2011 предел повторяемости при определении плотности молока ареометром типа АМ составляет $0,5 \text{ кг/м}^3$, предел воспроизводимости –

$0,8 \text{ кг/м}^3$, а при определении плотности молока пикнометрическим методом пределы повторяемости и воспроизводимости составляют $0,3 \text{ кг/м}^3$, что значительно точнее.

Полученные в ходе исследования значения неопределенности измерения ареометрическим и пикнометрическими методами составили 31 и 21 кг/м^3 соответственно, что доказывает точность пикнометрического метода, хотя при определении плотности молока пикнометрическим методом выявлено пять источников неопределенности, а ареометрическим методом – три.

Выводы

Таким образом, суммарная относительная стандартная неопределенность измерения плотности молока ареометрическим методом составила 31 кг/м^3 , пикнометрическим методом – 21 кг/м^3 , что свидетельствует о более высокой точности пикнометрического метода. Неопределенность измерения зависит не только от выбранного метода, но и от типов, используемых средств измерений.

Критерии авторства

Все авторы внесли равный вклад в исследование и подготовку публикации.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии потенциальных конфликтов интересов в отношении исследования, авторства и / или публикации данной статьи.

Contribution

The authors contributed equally to this work and bear equal responsibility for any potential plagiarism.

Conflict of interest

The authors declared no conflict of interest regarding the publication of this article.

Список литературы / References

- Šestan I, Odobasic A, Bratovcic A. The effect of heat treatment on the physical-chemical properties of milk. *Academia Journal of Environmental Science*. 2016;4(7):131–136. <https://doi.org/10.15413/ajes.2016.0306>
- Веселовский С. Ю., Гиро Т. М., Попова О. М., Агольцов В. А. Определение физико-химических показателей, содержание некоторых макро- и микроэлементов в молоке коров, больных бруцеллезом. *Вестник ВСГУТУ*. 2020. № 1. С. 5–10. [Veselovsky SYu, Giro TM, Popova OM, Agoltcov VA. Determination of physical and chemical parameters, the content of some macro and microelements in the milk of cows with brucellosis. *ESSUTM Bulletin*. 2020;(1):5–10. (In Russ.)] <https://elibrary.ru/LXOYLL>
- Teegarden D, Lyle RM, Proulx WR, Johnston CC, Weaver CM. Previous milk consumption is associated with greater bone density in young women. *The American Journal of Clinical Nutrition*. 1999;69(5):1014–1017. <https://doi.org/10.1093/ajcn/69.5.1014>

4. Kalkwarf HJ, Khoury JC, Lanphear BP. Milk intake during childhood and adolescence, adult bone density, and osteoporotic fractures in US women. *The American Journal of Clinical Nutrition*. 2003;77(1):257–265. <https://doi.org/10.1093/ajcn/77.1.257>
5. Vujadinović D, Beribaka M, Vukić M, Marjanović-Balaban Ž. Comparison of milk density measurement techniques. *Journal of Hygienic Engineering and Design*. 2017;18:19–24.
6. Tadesse H, Tamene A, Dessie G. Microbial quality and prevalence of water adulteration of pasteurized milk marketed in Addis Ababa, Ethiopia. *Journal of Pure and Applied Microbiology*. 2025;19(1):392–400. <https://doi.org/10.22207/JPAM.19.1.29>
7. Портной А. И. Плотность молока как определяющий показатель качества сырья для сыроделия. Актуальные проблемы интенсивного развития животноводства. 2020. № 23. С. 3–10. [Portnoy AI. Milk density as a key indicator of raw material quality in cheese production. *Current Issues of Intensive Animal Husbandry*. 2020;(23):3–10. (In Russ.)]
8. Гусарова С. Н., Ерохина Ю. М., Крамок Д. И., Хунузиди Е. И. Рекомендации для испытательных лабораторий по переходу на новые требования ГОСТ ISO/IEC 17025–2019. Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2020. Т. 86. № 2. С. 69–78. [Gusarova SN, Erokhina YuM, Kramok DI, Khunuzidi EI. Recommendations for test lab regarding transition to new requirements GOST ISO/IEC 17025–2019. *Industrial laboratory. Diagnostics of materials*. 2020;86(2):69–78. (In Russ.)] <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2020-86-2-69-78>
9. Левин С. Ф. Измерительные задачи оценивания соответствия в инфраструктуре качества. Измерительная техника. 2025. Т. 74. № 1. С. 63–76. [Levin SF. Measurement problems of conformity assessment in the quality infrastructure. *Izmeritel'naya Tekhnika*. 2025;74(1):63–76. (In Russ.)] <https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2025-1-63-76>
10. Барановская В. Б., Медведевских М. Ю. Валидация методик химического анализа: международные требования. Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2018. Т. 84. № 12. С. 25–31. [Baranovskaya VB, Medvedevskikh MYu. Validation of analytical methods: The international requirements. *Industrial laboratory. Diagnostics of materials*. 2018;84(12):25–31. (In Russ.)] <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2018-84-12-25-31>
11. Колесников Е. Ю. Неопределенность: качественный и количественный аспекты. Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2023. Т. 89 № 7. С. 78–86. [Kolesnikov EYu. Uncertainty: Qualitative and quantitative aspects. *Industrial laboratory. Diagnostics of materials*. 2023;89(7):78–86. (In Russ.)] <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2023-89-7-78-86>
12. Понкратенко А., Давыдов В. Понятие неопределенности измерений и его развитие в отечественной метрологии. Роль технического регулирования и стандартизации в эпоху цифровой экономики: материалы V Междунар. науч.-практ. конф. молодых ученых. Екатеринбург: Ажур, 2023. С. 353–360. [Ponkratenko A, Davydov V. Measurement uncertainty in domestic metrology. *Technical regulation and standards in the era of the digital economy: Proceeding Intern. Sci. Conf. Ekaterinburg*; 2023. pp. 353–360. (In Russ.)]
13. Serenkov PS, Romanchak VM, Hrybkouski AV. A morphological approach to development of a process for measurement uncertainty estimation. *Devices and Methods of Measurements*. 2024;15(2):110–119. <https://doi.org/10.21122/2220-9506-2024-15-2-110-119>
14. Баковец Н. В., Козадаев К. В. Стабилизация температурных условий при определении плотности жидкости методом гидростатического взвешивания. Приборы и методы измерений. 2024. Т. 15. № 4. С. 334–341. [Bakovets NV, Kozadayev KV. Stabilization of environmental conditions when liquid density measuring by hydrostatic weighting. *Devices and Methods of Measurements*. 2024;15(4):334–341. (In Russ.)] <https://doi.org/10.21122/2220-9506-2024-15-4-334-341>
15. Lorefice S, Malengo A. Calibration of hydrometers. *Measurement Science and Technology*. 2006;17(10):2560. <https://doi.org/10.1088/0957-0233/17/10/005>
16. Чуновкина А. Г. Оценивание неопределенности измерений при установлении метрологической прослеживаемости результатов клинических исследований биологических проб. Лабораторная служба. 2020. Т. 9. № 3. С. 32–40. [Chunovkina AG. Evaluation of measurement uncertainty at establishing metrological traceability of results of clinical studies of biological samples. *Laboratory Service*. 2020;9(3):32–40. (In Russ.)] <https://doi.org/10.17116/labs2020903132>
17. Ortiqov K. The importance of analyzing sources of uncertainty in product quality control. *Scientific Impulse*. 2023;2(16):244–257.
18. Шертайлакова Г. М., Муродов Д. Ш. Некоторые виды неопределенности измерений. Экономика и социум. 2024. № 5–1. С. 1827–1830. [Shertailakov GM, Murodov DSh. Some types of measurement uncertainty. *Ekonomika i socium*. 2024;(5–1):1827–1830. (In Russ.)] <https://elibrary.ru/QMYPHU>
19. Хамханова Д. Н., Митыпова Н. В., Балдынова Ф. П., Дамдинсүрэн Э. Оценивание неопределенности измерения при определении содержания жира в молоке. Метод с использованием анализатора типа «Клевер-2». Контроль качества продукции. 2023. № 8. С. 38–42. [Khamkhanova DN, Mitypova NV, Baldynova FP, Damdinsuren E. Estimation of measurement uncertainty in determining the fat content in milk. A method using a “Klever-2” type analyzer. *Production Quality Control*. 2023;(8):38–42. (In Russ.)] <https://elibrary.ru/CVJTQU>
20. Александров А. А., Трахтенгерц М. С. Теплофизические свойства воды при атмосферном давлении. М.: Издательство стандартов, 1977. 100 с. [Aleksandrov AA, Trakhtengerts MS. *Thermophysical properties of water at atmospheric pressure*. Moscow: Izdatelstvo standartov; 1977. 100 p. (In Russ.)]

21. Фадейкина О. В., Воропаев А. А., Давыдов Д. С., Волкова Р. А. Оценка неопределенности результатов измерений при определении потери в массе при высушивании биологических лекарственных препаратов. Биопрепараты. Профилактика, диагностика, лечение. 2023. Т. 23. № 3–1. С. 452–462. [Fadeikina OV, Voropaev AA, Davydov DS, Volkova RA. Estimation of measurement uncertainty for the determination of loss on drying of biologicals. Biological Products. Prevention, Diagnosis, Treatment. 2023;23(3–1):452–462. (In Russ.)] <https://doi.org/10.30895/2221-996X-2023-23-3-1-452-462>

22. Хамханова Д. Н., Митыпова Н. В., Балдынова Ф. П., Дамдинсүрэн Э. Оценивание неопределенности измерений при определении содержания жира в молоке. Стандартный метод. Контроль качества продукции. 2023. № 7. С. 33–37. [Khamkhanova DN, Mitypova NV, Baldynova FP, Damdinsuren E. Estimation of measurement uncertainty in determining the fat content in milk. Standard method. Production Quality Control. 2023;(7):33–37. (In Russ.)] <https://elibrary.ru/FCANMI>

Дополнительная информация об авторах / Additional information about the authors

Хамханова Дарима Нимбуевна / Darima N. Khamkhanova ORCID 0000-0003-2432-212X; eLIBRARY SPIN 1303-5049

Ханхалаева Ирина Архиповна / Irina A. Khankhalaeva ORCID 0000-0002-6159-1006; eLIBRARY SPIN 2667-0717

Битуева Эльвира Борисовна / Elvira B. Bitueva ORCID 0000-0003-1937-4101; eLIBRARY SPIN 8758-4536

Соколова Юлия Александровна / Yuliya A. Sokolova eLIBRARY SPIN 9670-0089

Дамдинсүрэн Энхмаа / Damdinsuren Enkhmaa ORCID 0000-0003-2176-0597; eLIBRARY SPIN 9421-0075